

Diffrazione e Interferenza delle onde luminose

1. Diffrazione da singola fenditura

Scopo dell'esperimento

Analizzare la figura di diffrazione prodotta dalla luce verde di un laser che illumina fenditure di diversa larghezza (a) e determinare la lunghezza d'onda (λ) del laser.

Materiali e strumenti

- Diodo laser verde (lunghezza d'onda fornita dal costruttore: $\lambda = 532 \text{ nm}$).
- Set a singola fenditura con larghezza $a = 0,02 \text{ mm} - 0,04 \text{ mm} - 0,08 \text{ mm} - 0,16 \text{ mm}$.
- Banco ottico graduato di lunghezza 116 cm.
- Fotodiodo con fenditure d'ingresso variabili montato su una rotaia orizzontale.
- Sensore di posizione.
- Interfaccia *Explorer GLX*, collegata ad un PC col software *Data Studio* per l'acquisizione dei dati sperimentali e il software *Origin* per l'analisi dei dati.



Alcune immagini della configurazione sperimentale

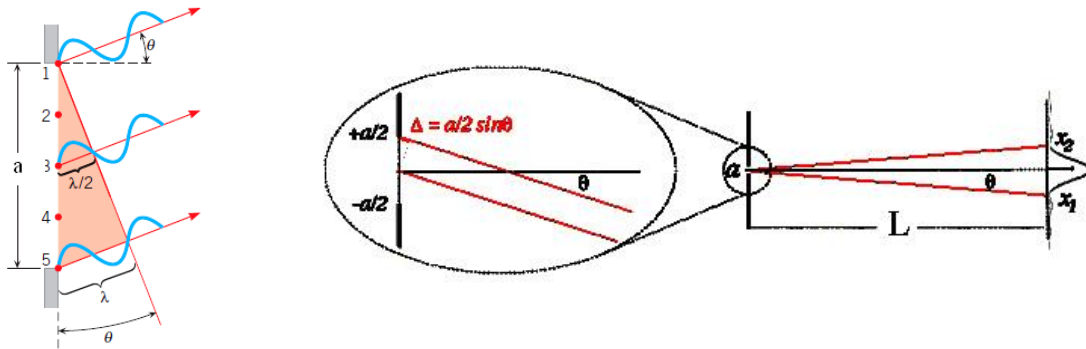
Richiamo teorico

L'intensità luminosa in funzione dell'angolo di diffrazione $I(\theta)$ è espressa dalla relazione:

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \right]^2, \text{ con } \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

dove I_0 è l'intensità massima, a è la larghezza delle fenditure e λ è la lunghezza d'onda della luce.

Nel caso si scelga una distanza tra fenditura e fotodiode $L \gg a$, i raggi diffratti possono essere considerati paralleli, quindi la differenza di cammino ottico tra due raggi che partono dal bordo della fenditura (1 e 5, nella figura sotto a sinistra) può essere espressa dalla relazione $\Delta_{15} = a \sin \theta$. Supponendo che l'angolo θ sia tale da rendere $\Delta_{15} = a \sin \theta = \lambda$, si avrà allora che la differenza di



cammino (Δ) tra il raggio 1 e il raggio 3 uscente dal punto medio della fenditura sarà espressa dalla formula (vedi figura sopra):

$$\Delta = a/2 \sin \theta$$

Della stessa quantità differiranno i cammini di due raggi che escono da una qualsiasi coppia di punti posti rispettivamente nella metà superiore e inferiore della fenditura, a una distanza reciproca $a/2$. Quindi tutti i raggi che escono dalla fenditura con l'angolo θ suddetto interferiranno in modo distruttivo, formando i primi minimi di diffrazione in posizioni simmetriche rispetto al massimo centrale, quando sarà verificata la relazione

$$\Delta = \pm \lambda/2 \quad \Rightarrow \quad a \sin \theta = \pm \lambda$$

Se ora la fenditura viene divisa in quattro pari anziché in due e si applica un ragionamento simile si ottiene interferenza distruttiva quando l'angolo θ è tale che:

$$\Delta = a/4 \sin \theta = \pm \lambda/2 \quad \Rightarrow \quad a \sin \theta = \pm 2 \lambda$$

Con un procedimento simile, dividendo la fenditura in 8, 16, ... parti, si ottiene che la posizione di tutti i minimi di diffrazione è espressa dalla relazione:

$$a \sin \theta = m \lambda \quad (\text{con } m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Sullo schermo, considerando le relazioni approssimate $\sin \theta \sim \tan \theta \sim \theta \sim x/L$ (valide nel caso in cui $L \gg x$, quindi per θ "piccolo" $\rightarrow \theta \leq 5^\circ$), si avrà che la posizione dei primi due minimi è espressa dalla relazione:

$$\theta_{1,2} \approx \frac{x_{1,2}}{L} = \pm \frac{\lambda}{a}$$

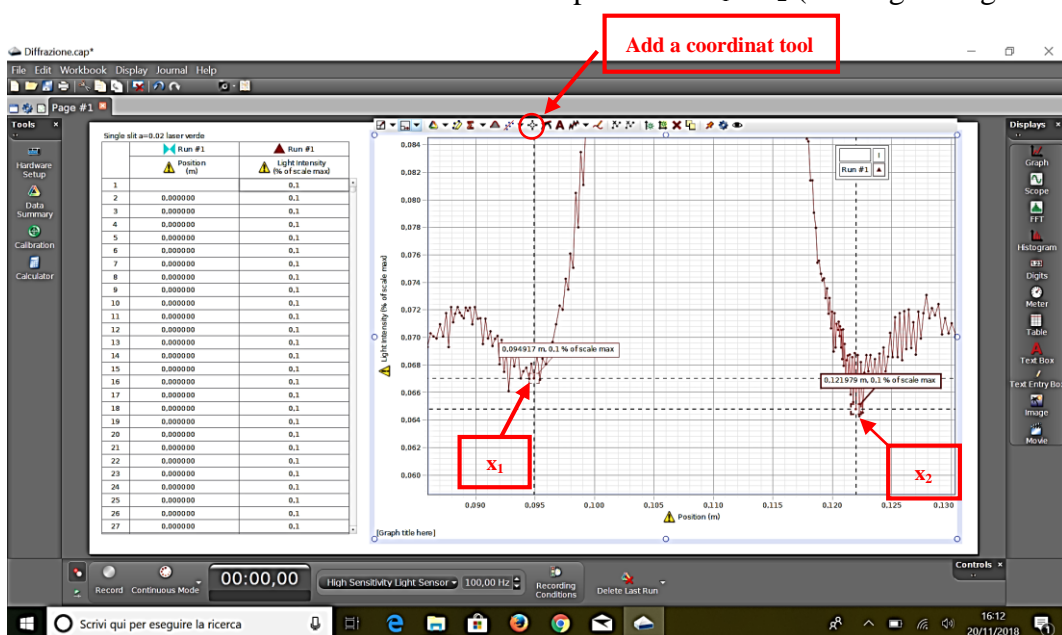
Quindi dalla distanza Δx tra i due minimi principali si può determinare la lunghezza d'onda (λ) del laser:

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = \frac{2\lambda L}{a}$$

Esecuzione dell'esperimento e analisi dati

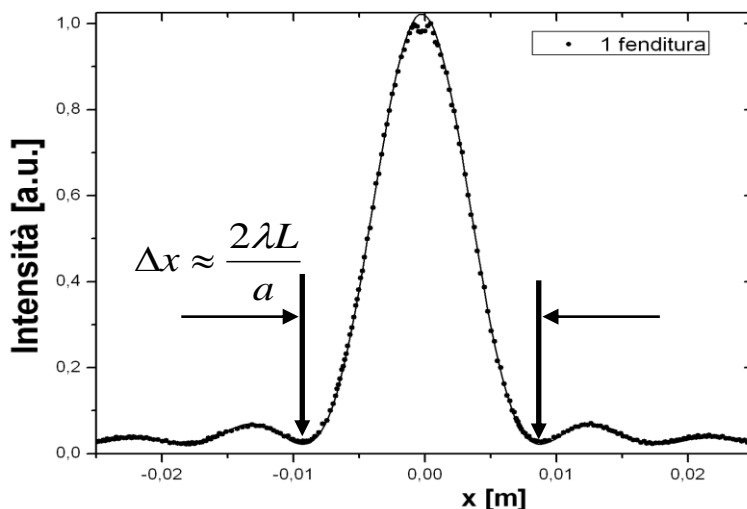
- Montare il diodo laser sulla posizione zero della rotaia graduata.
- Posizionare il set a singola fenditura a circa **10 cm** dal diodo, assumendo come riferimento l'indice laterale del supporto; selezionare la fenditura singola avente una larghezza $a = 0,02$ mm.
- Posizionare la rotaia orizzontale con il fotodiode a una distanza $L \sim$ **100 cm** dalla fenditura, quindi misurare col metro il valore preciso di tale distanza.
- Accendere il laser e regolare la figura di diffrazione al centro della fenditura d'ingresso davanti al fotodiode, agendo sul disco del set a fenditura singola e sulle viti di regolazione del laser.
- Impostare il fondo scala del fotodiode sul valore **0-100** (posizione centrale).

- Posizionare il fotodiode sull'estremità sinistra della rotaia orizzontale e selezionare la fenditura d'ingresso n. **3**.
- Collegare il sensore di posizione e il fotodiode all'interfaccia Explorer GLX.
- Accendere l'interfaccia *Explorer GLX* e collegarla al PC tramite porta USB.
- Avviare il software *Pasco Capstone*, aprire "*Hardware Setup*" nella finestra *Tools* sulla sinistra, cliccare sulle proprietà (icona con gli ingranaggi) del sensore di posizione "*Rotary Motion Sensor*" e selezionare nel menù *Linear Accessory* l'opzione "*Rack & Pinion*"; poi cliccare di nuovo su "*Hardware Setup*" per far scomparire la finestra.
- Cliccare sul pulsante "*Rotary Motion Sensor*" posto in basso e impostare a **100 Hz** la frequenza di campionamento.
- Cliccare sul pulsante "*Rotary Motion Sensor*" posto in basso, selezionare il fotodiode "*High Sensitivity Light Sensor*" e impostare a **100 Hz** la frequenza di campionamento.
- Sulla tabella cliccare sul pulsante "*Select measurement*" e selezionare "*Position (m)*" del sensore di posizione su una colonna e "*Light intensity (% of scale max)*" sul fotodiode.
- Sul grafico cliccare sul pulsante "*Select measurement*" dell'asse x e selezionare "*Position (m)*" del sensore di posizione.
- Poi sul grafico cliccare sul pulsante "*Select measurement*" dell'asse y e selezionare "*Light intensity (% of scale max)*" sul fotodiode.
- Cliccare sul pulsante *Record* in basso a sinistra e far scorrere manualmente il fotodiode fino all'estremità destra della rotaia molto lentamente (impiegare circa **10 secondi** per lo spostamento): questo permette di acquisire sul computer l'intensità della luce misurata dal fotodiode in funzione della sua posizione.
- Cliccare sul grafico sul pulsante "*Scale axes to show all data*" (primo pulsante in alto a sinistra sulla finestra del grafico)
- Aprire "*Data summary*" nella finestra *Tools* sulla sinistra, cliccare sulle proprietà (icona con gli ingranaggi) del menù *Position* del sensore di posizione "*Rotary Motion Sensor*", selezionare "*Numerical format*" e impostare a 6 il "*Number of decimal Places*" (così i dati saranno esportabili con 6 cifre significative, necessarie per fare delle analisi quantitative precise); poi cliccare di nuovo su "*Data summary*" per far scomparire la finestra
- Cliccare sul grafico e aumentare lo zoom mediante la rotellina del mouse, poi cliccare sul pulsante "*Add a coordinates tool -> Add coordinates/Delta Tool*", posizionarsi sui due minimi principali adiacenti il massimo centrale e determinare la loro posizione x_1 e x_2 (vedi figura seguente).

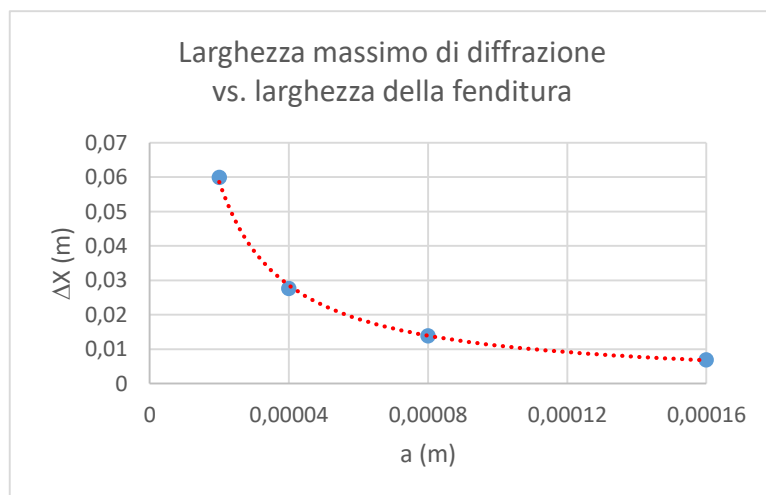


- Dalla stima della larghezza del massimo centrale, calcolare la lunghezza d'onda della luce:

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = \frac{2\lambda L}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \Delta x}{2L}$$



- Esportare i dati salvandoli in formato testo mediante il menù *File -> Export Data*.
- Ripetere le operazioni precedenti selezionando le fenditure singole aventi larghezze $a = 0,04$ mm; $a = 0,08$ mm; $a = 0,16$ mm.
- Raccogliere in una tabella i valori di Δx e λ per ogni larghezza (a), poi calcolare la lunghezza d'onda assumendo come valore medio la media aritmetica e come incertezza la semi-dispersione.
- Mediante il programma *Excel*, costruire un grafico che mette in evidenza la proporzionalità inversa tra la larghezza (Δx) del massimo centrale e l'ampiezza (a) della fenditura (vedi figura seguente, in cui la curva tratteggiata è una linea di tendenza di tipo *potenza*).



Conclusioni

- Discutere l'influenza dell'ampiezza della fenditura sulla figura di diffrazione.
- Confrontare, entro le incertezze di misura, il valore sperimentale della lunghezza d'onda (λ) del laser con quello fornito dal costruttore.
- Scrivere sul report il codice dell'esperimento ricavabile dal valore della lunghezza d'onda ottenuta. Per esempio, se è stato ottenuto per il laser verde come valore medio $\lambda = 540$ nm \rightarrow il codice da annotare è **V540**.

2. Interferenza da due fenditure

Scopo dell'esperimento

Analizzare la figura di interferenza prodotta dalla luce rossa di un laser che illumina due fenditure aventi distanze (d) diverse e determinare la lunghezza d'onda (λ) del laser.

Materiali e strumenti

- Diodo laser rosso (lunghezza d'onda fornita dal costruttore $\lambda = 650 \text{ nm}$).
- Set a due fenditure aventi larghezza $a = 0,04 \text{ mm}$ e distanza $d = 0,125 \text{ mm} - 0,25 \text{ mm} - 0,5 \text{ mm}$.
- Banco ottico graduato di lunghezza 116 cm.
- Fotodiodo con fenditure d'ingresso variabili montato su una rotaia orizzontale.
- Sensore di posizione.
- Interfaccia *Explorer GLX*, collegata ad un PC col software *Data Studio* per l'acquisizione dei dati sperimentali e il software *Origin* per l'analisi dei dati.



Alcune immagini della configurazione sperimentale

Richiamo teorico

L'intensità luminosa in funzione dell'angolo $I(\theta)$ è espressa dalla relazione:

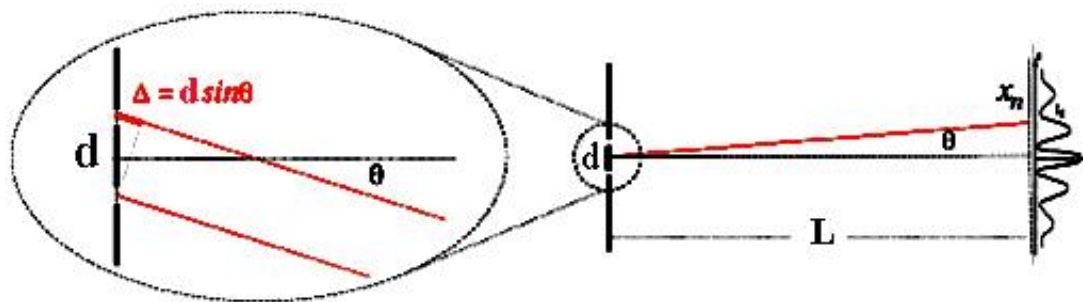
$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \right]^2 \cdot \cos^2(\beta),$$

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad (\text{parametro del fattore di diffrazione su ciascuna fenditura})$$

$$\beta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad (\text{parametro del fattore di interferenza tra le due fenditure})$$

dove I_0 è l'intensità massima, a è la larghezza delle fenditure, d la loro distanza e λ è la lunghezza d'onda.

Anche in questo caso possiamo considerare paralleli i raggi provenienti dalle due fenditure e stimare la differenza di cammino ottico $\Delta = d \sin\theta$ (vedi figura sotto).



Si avranno i primi minimi di interferenza, quando:

$$\Delta = \pm \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad d \sin\theta = \pm \frac{\lambda}{2}$$

Sullo schermo, considerando le relazioni approssimate $\sin\theta \sim \tan\theta \sim \theta \sim x/L$ (valide nel caso in cui $L \gg x$, quindi θ "piccolo" $\rightarrow \theta \leq 5^\circ$), avremo che:

$$\theta_{1,2} \approx \frac{x_{1,2}}{L} = \pm \frac{\lambda}{2d}$$

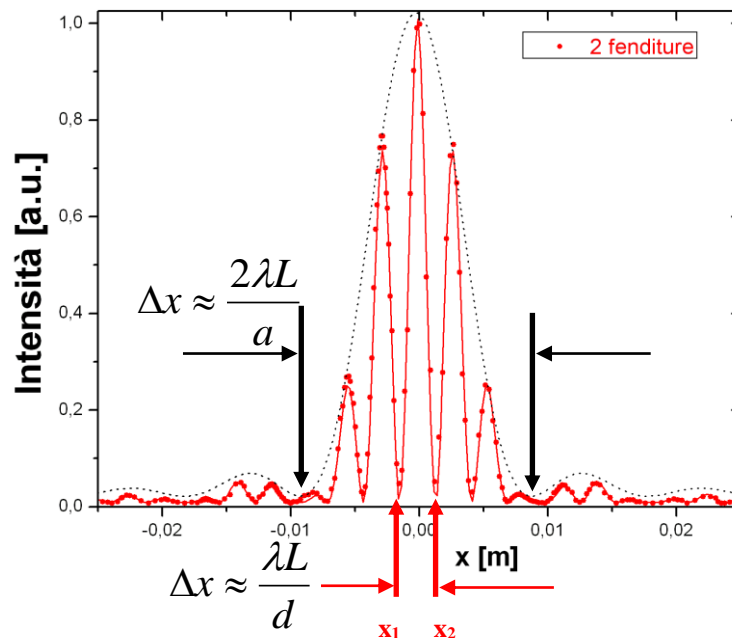
Quindi dalla distanza Δx tra i due minimi di interferenza principali si può stimare la lunghezza d'onda (λ) del laser:

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = \frac{\lambda L}{d} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{d \Delta x}{L}$$

Esecuzione dell'esperimento e analisi dati

- Montare sul banco ottico il laser rosso.
- Posizionare il set a due fenditure a circa **10 cm** dal diodo, assumendo come riferimento l'indice laterale del supporto; selezionare le 2 fenditure aventi larghezza $a = 0,04$ mm e distanza $d = 0,125$ mm;
- Posizionare la rotaia orizzontale con il fotodiodo a una distanza $L \sim$ **100 cm** dalla fenditura, quindi misurare col metro il valore preciso di tale distanza.
- Accendere il laser e regolare la figura di interferenza al centro della fenditura d'ingresso davanti al fotodiodo, agendo sul disco del set a fenditura doppia e sulle viti di regolazione del laser.
- Impostare il fondoscala del fotodiodo sul valore **0-100** (posizione centrale).
- Collegare il sensore di posizione e il fotodiodo all'interfaccia Explorer GLX.
- Accendere l'interfaccia Explorer GLX e collegarla al PC tramite porta USB.
- Avviare il software Pasco Capstone, aprire "Hardware Setup" nella finestra Tools sulla sinistra, cliccare sulle proprietà (icona con gli ingranaggi) del sensore di posizione "Rotary Motion Sensor" e selezionare nel menù Linear Accessory l'opzione "Rack & Pinion"; poi cliccare di nuovo su "Hardware Setup" per far scomparire la finestra.
- Cliccare sul pulsante "Rotary Motion Sensor" posto in basso e impostare a **100 Hz** la frequenza di campionamento.
- Cliccare sul pulsante "Rotary Motion Sensor" posto in basso, selezionare il fotodiodo "High Sensitivity Light Sensor" e impostare a **100 Hz** la frequenza di campionamento.
- Sulla tabella cliccare sul pulsante "Select measurement" e selezionare "Position (m)" del sensore di posizione su una colonna e "Light intensity (% of scale max)" sul fotodiodo.

- Sul grafico cliccare sul pulsante *Select measurement* dell'asse x e selezionare *Position (m)* del sensore di posizione.
- Poi sul grafico cliccare sul pulsante *Select measurement* dell'asse y e selezionare *Light intensity (% of scale max)* sul fotodiodo.
- Cliccare sul pulsante *Record* in basso a sinistra e far scorrere manualmente il fotodiodo fino all'estremità destra della rotaia molto lentamente (impiegare circa **10 secondi** per lo spostamento): questo permette di acquisire sul computer l'intensità della luce misurata dal fotodiodo in funzione della sua posizione.
- Cliccare sul grafico sul pulsante *Scale axes to show all data* (primo pulsante in alto a sinistra sulla finestra del grafico)
- Aprire *Data summary* nella finestra *Tools* sulla sinistra, cliccare sulle proprietà (icona con gli ingranaggi) del menù *Position* del sensore di posizione *Rotary Motion Sensor*, selezionare *Numerical format* e impostare a 6 il *Number of decimal Places* (così i dati saranno esportabili con 6 cifre significative, necessarie per fare delle analisi quantitative precise); poi cliccare di nuovo su *Data summary* per far scomparire la finestra
- Cliccare sul grafico e aumentare lo zoom mediante la rotellina del mouse, poi cliccare sul pulsante *Add a coordinates tool -> Add coordinates/Delta Tool*, posizionarsi sui due minimi principali adiacenti il massimo centrale e determinare la loro posizione x_1 e x_2 (vedi figura seguente).



- Determinare la distanza dei minimi principali $\Delta x = |x_1 - x_2| = \frac{\lambda L}{d}$ e calcolare la lunghezza d'onda (λ) del laser: $\lambda = \frac{d \Delta x}{L}$ (vedi figura sotto).
- Esportare i dati salvandoli in formato testo
- Ripetere le operazioni precedenti selezionando le due fenditure aventi la stessa larghezza $a = 0,04$ mm e distanze: $d = 0,25$ mm , $d = 0,50$ mm.
- Raccogliere in una tabella i valori di Δx e λ per ogni distanza (d), poi calcolare la lunghezza d'onda assumendo come valore medio la media aritmetica e come incertezza la semi-dispersione.

Conclusioni

- Discutere l'influenza della distanza tra le due fenditure sulla figura di interferenza.
- Confrontare, entro le incertezze di misura, il valore sperimentale della lunghezza d'onda (λ) del laser con quello fornito dal costruttore.