

## INTRODUZIONE TEORICA SUL MOTO ARMONICO

### Differenze tra il moto armonico semplice e quello smorzato.

Il moto armonico semplice è il moto di un oscillatore nel caso non sia né forzato né smorzato da forze esterne. Tale moto è periodico, in quanto si ripete ad intervalli regolari in maniera identica e può essere descritto attraverso una funzione sinusoidale di ampiezza  $A$  costante nel tempo come ad esempio  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ , dove  $x$  è la posizione in funzione del tempo.

I parametri  $A$  e  $\varphi$  sono rispettivamente l'ampiezza dell'oscillazione (spostamento massimo rispetto alla posizione di equilibrio) e la fase, che dipendono entrambe dalla posizione e velocità iniziale del moto, ovvero  $x(0)$  e  $v(0)$ . Caratteristica del moto è il periodo dell'oscillazione (ovvero l'intervallo di tempo che il moto impiega per ripetersi) definito come  $T = 2\pi/\omega_0$ .

In stretto rapporto con il periodo è la frequenza di oscillazione, definita come il numero di cicli di oscillazione nell'unità di tempo. La frequenza ed il periodo sono l'una l'inverso dell'altro:  $f = 1/T$ .

Il moto armonico è strettamente legato al moto circolare uniforme, in quanto rappresenta la proiezione di tale moto su di un qualsiasi diametro della circonferenza. Alle diverse posizioni  $P_1, P_2, \dots, P_n$  del punto mobile sulla circonferenza in tempi differenti  $t_1, t_2, t_n$ , corrisponderanno le proiezioni sul diametro  $AB$  rispettivamente  $P'_1, P'_2, \dots, P'_n$  la cui distanza dal centro indicheremo con  $x$  (vedi Figura 1).

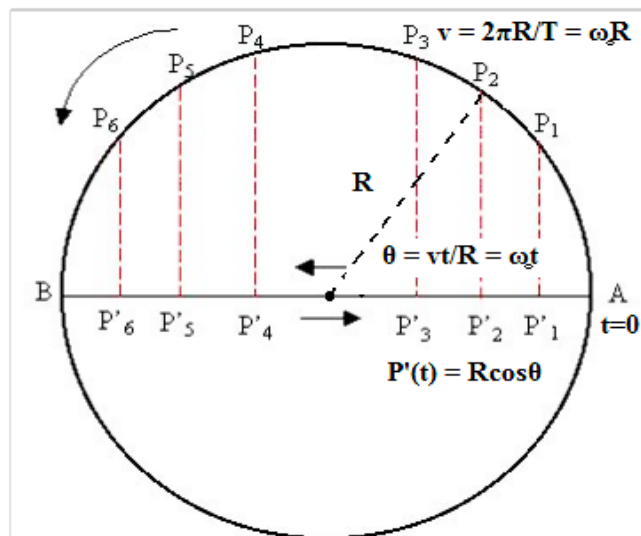


Figura 1 Moto armonico come proiezione del moto circolare uniforme

Nel *caso ideale* un esempio di oscillatore armonico semplice può essere una massa  $m$  attaccata ad una molla di costante elastica  $k$  (vedi Figura 2).

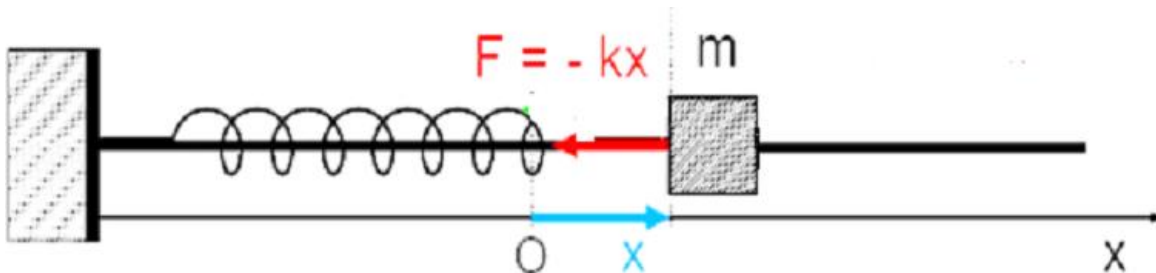


Figura 2 Schema di un oscillatore armonico ideale

L'equazione del moto è espressa dalla seconda legge della dinamica  $F = ma$ , dove la forza è la forza elastica  $F = -kx$ , l'accelerazione è

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{con} \quad v = \frac{dx}{dt} \quad \text{ovvero} \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

L'equazione del moto diventa quindi

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

che ha come soluzione la legge oraria del moto armonico semplice

$$\mathbf{x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)}.$$

La pulsazione propria dell'oscillazione è  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  ed il periodo (ovvero l'inverso della frequenza) sarà

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

La forza di richiamo esercitata dalla molla, detta forza elastica perché è la forza che esercita una molla elastica quando viene compressa o allungata rispetto alla sua lunghezza di riposo, avrà modulo:

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} = m \left[ -\frac{k}{m} A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi\right) \right] = -k A \cos(\omega_0 t + \varphi) = -kx = -m\omega_0^2 x$$

e sarà diretta nel verso opposto allo spostamento.

Da questa si dimostra che l'accelerazione istantanea di un moto armonico è proporzionale alla distanza  $x$ , ovvero  $a = -\omega_0^2 x = -(2\pi/T)^2 x$ .

La velocità e l'accelerazione della massa saranno rispettivamente derivata prima e seconda della legge oraria, ovvero:

$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$	legge oraria lungo l'asse $x$
$v(t) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \varphi)$	derivata prima della legge oraria ( $v = dx/dt$ )
$a(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \varphi)$	derivata seconda della legge oraria ( $a = d^2x/dt^2$ )

Dall'analisi di questo tipo di moto risulta che la velocità ha intensità variabile nel tempo e l'accelerazione è proporzionale allo spostamento  $x$ , in quanto  $a(t) = -\omega_0^2 x(t)$ ; le variazioni di velocità sono sempre di segno opposto allo spostamento. La massima accelerazione si ha nei punti A e B (fig.1) dove, per un istante, l'oggetto in movimento si arresta prima di invertire il senso del moto e dove la velocità, che subito dopo cambia di segno, in quell'istante è nulla.

In questo caso ideale sulla massa agisce esclusivamente la forza elastica, che è una forza conservativa, quindi è giusto aspettarsi che l'energia meccanica rimanga costante; si studia quindi l'evoluzione nel tempo dell'energia meccanica:

$$E(t) = \frac{1}{2} m v^2(t) + \frac{1}{2} k x^2(t)$$

$$E(t) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

La Figura 3 mostra che l'energia meccanica dell'oscillatore armonico è la somma di due termini oscillanti la cui somma è costante nel tempo; questi due termini oscillano in opposizione di fase (uno è massimo quando l'altro è minimo e viceversa).

Ad esempio quando  $\omega_0 t + \varphi = 0$  il primo termine, l'energia cinetica, è minimo (il seno vale 0) mentre il secondo, l'energia potenziale, è massimo (il coseno vale 1); viceversa quando  $\omega_0 t + \varphi = \pi/2$  il primo termine è massimo ( $\sin(\pi/2) = 1$ ) mentre il secondo è minimo ( $\cos(\pi/2) = 0$ ).

Considerando per semplicità  $\varphi = 0$  e osservando che  $m\omega_0^2 = k$  l'espressione dell'energia meccanica diviene:

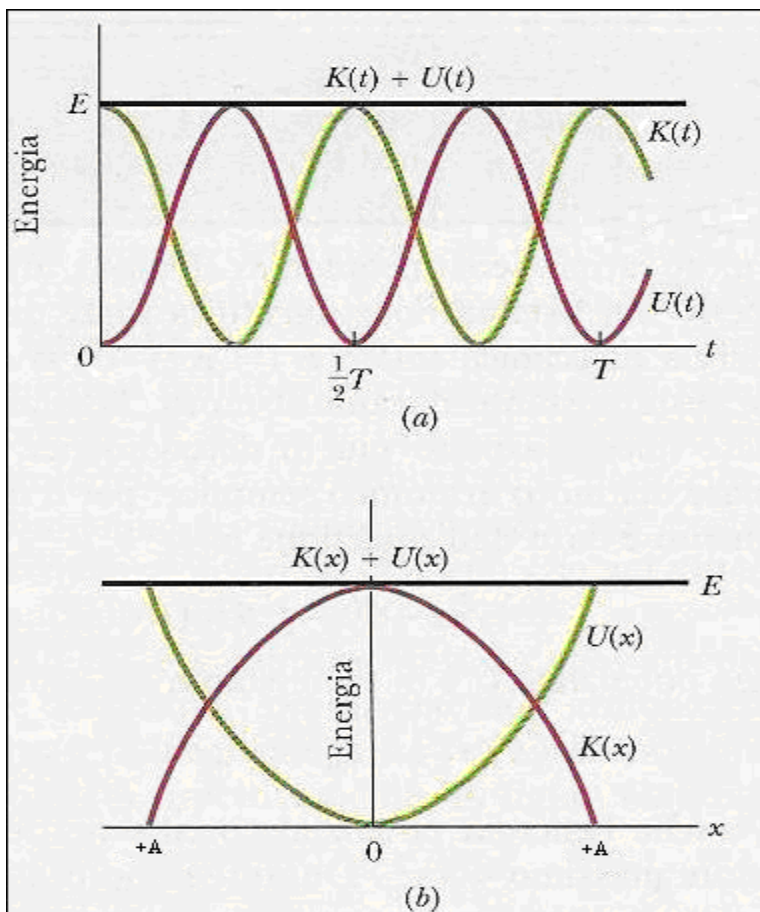
$$E(t) = \frac{1}{2}k A^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega_0 t)$$

$$= \frac{1}{2}k A^2 [\sin^2(\omega_0 t) + \cos^2(\omega_0 t)] = \frac{1}{2}k A^2 = \text{COSTANTE}$$

cioè l'energia meccanica dell'oscillatore è uguale in ogni istante all'energia potenziale della molla al massimo allungamento o alla massima compressione; posizioni in cui l'energia cinetica è nulla. Poiché  $k = m\omega_0^2$  e  $v_{\max} = \omega_0 A$  è la velocità massima che l'oscillatore raggiunge alla posizione di riposo della molla:

$$E(t) = \frac{1}{2}k A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \text{COSTANTE}$$

cioè l'energia meccanica dell'oscillatore è anche uguale in ogni istante all'energia cinetica della molla nella sua posizione d'equilibrio; posizioni in cui l'energia potenziale della molla stessa è nulla.



$$E(t) = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}k A^2$$

Figura 4 Andamento nel tempo dell'energia cinetica (K), potenziale (U) e meccanica (E)

Se un oscillatore armonico è inizialmente a riposo la sua energia totale è nulla. Affinché esso oscilli deve ricevere dell'energia dall'esterno, ovvero si deve compiere lavoro su di esso in modo che aumenti la sua

energia totale. Ad esempio se scostiamo la massa dalla posizione di riposo allungando la molla, compiamo un lavoro contro la forza elastica che aumenta l'energia potenziale del sistema stesso; quando lasciamo andare la massa questa energia rimane all'oscillatore armonico.

Al contrario, se fermiamo la massa, o la freniamo, l'energia totale si annulla o diminuisce.

Nell'oscillatore lasciato a se stesso, quando agisce solo la forza elastica della molla, l'energia meccanica si conserva ma questa stessa quantità può variare a causa dell'intervento di forze esterne all'oscillatore.

E' necessario infatti osservare che nello studio di fenomeni fisici reali i corpi in movimento sono in realtà soggetti a forze smorzanti il moto stesso, come ad esempio l'attrito.

Nell'oscillatore armonico semplice non sono considerate le forze d'attrito in quanto tale modello è una semplificazione della realtà, una sua idealizzazione, che è valida se e solo se le forze d'attrito sono trascurabili.

Nel *caso reale* (vedi Figura 5) su di una massa attaccata ad una molla oltre alla forza elastica agiscono delle forze d'attrito; tali forze vengono prese in esame nel modello dell'oscillatore armonico smorzato. Solitamente in questo modello le forze d'attrito vengono considerate come forze d'attrito viscoso direttamente proporzionali alla velocità e di verso ad essa opposto, ovvero  $F_{\text{attrito}} = -\beta v$  (maggiore è  $\beta$  maggiore è l'attrito).

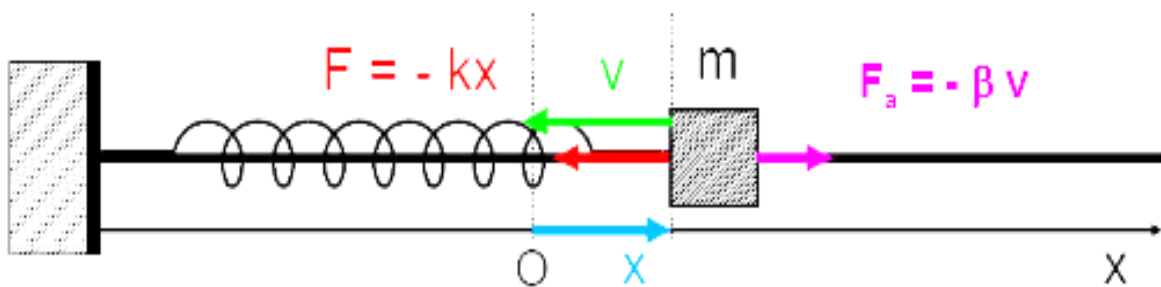


Figura 5 Schema di un oscillatore armonico smorzato

L'equazione del moto diviene quindi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

cioè un'equazione differenziale di secondo grado omogenea la cui soluzione è caratterizzata da tre diversi regimi dovuti al diverso valore che può assumere la forza d'attrito rispetto alla forza elastica.

Sostituendo nell'equazione differenziale la soluzione di prova  $x(t) = A e^{\lambda t}$  con le sue rispettive derivate si ottiene l'equazione caratteristica associata:

$$m\lambda^2 + \beta\lambda + k = 0$$

$$\text{che ha come soluzioni } \lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4mk}}{2m}$$

Prima di scrivere la legge oraria corrispondente ad ogni regime, osserviamo che la forza d'attrito compie un lavoro strettamente negativo per cui l'energia totale dell'oscillatore diminuirà fino ad annullarsi; quindi in un tempo più o meno lungo, a seconda dell'intensità della forza d'attrito, l'oscillatore, se viene perturbato, tornerà nella sua posizione di riposo a causa della dissipazione d'energia.

### Sottosmorzamento

Questo caso si verifica quando  $\beta < 2(mk)^{1/2}$ , caso in cui lo smorzamento non è particolarmente intenso in quanto la forza di attrito è debole rispetto alla forza elastica; per questo motivo il sistema riesce a compiere qualche oscillazione attorno alla posizione d'equilibrio  $x = 0$ .

In questo caso le radici dell'equazione caratteristica associata  $\lambda_{1,2}$  sono complesse (essendo l'argomento della radice negativo); ciò comporta che la soluzione dell'equazione differenziale contenga un termine

con esponenziale complesso, il quale rappresenta per l'appunto un termine "oscillante". Si può dimostrare che ponendo  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\beta}{2m}\right)^2}$ , l'equazione differenziale ha come soluzione la seguente legge oraria:

$$x(t) = A_1 e^{-\frac{\beta}{2m}t} \cos(\omega t + \Phi)$$

Notiamo che questa legge oraria descrive delle oscillazioni di frequenza  $f = \omega/2\pi$  la cui ampiezza diminuisce esponenzialmente nel tempo (vedi figura seguente).

L'argomento nell'esponenziale è proporzionale al coefficiente d'attrito  $\beta$  quindi maggiore è l'attrito più velocemente decresce l'ampiezza delle oscillazioni.

Notiamo anche che nel caso di piccolo smorzamento la **pulsazione**  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\beta}{2m}\right)^2}$  è **inferiore**

**alla pulsazione propria**  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  (la pulsazione alla quale oscillerebbe lo stesso sistema se non fosse smorzato, ovvero se non fosse influenzato dall'attrito viscoso). Questo ha un chiaro significato fisico: la presenza di viscosità rallenta il movimento dell'oscillatore.

Solo nel caso in cui  $\beta \ll 2(mk)^{1/2}$  ovvero nel caso in cui si abbia un attrito trascurabile (oscillatore armonico semplice) si ha  $\omega \sim \omega_0$ .

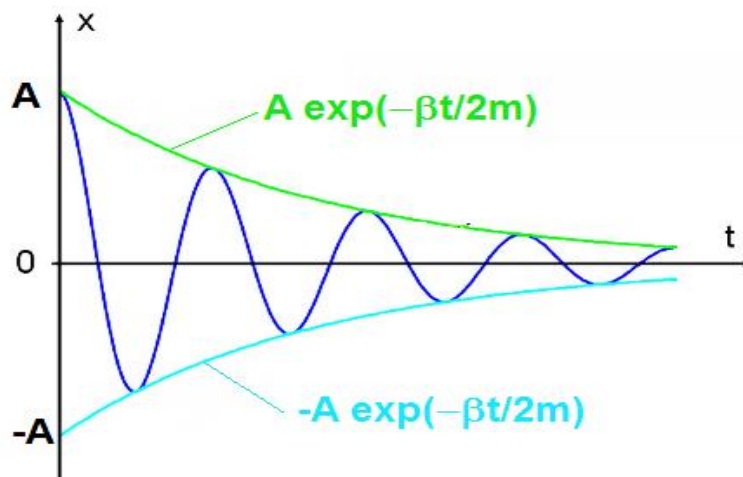


Figura 6 Grafico in regime di sottosmorzamento

Per un oscillatore smorzato, a differenza dell'oscillatore armonico semplice, l'energia meccanica non è più costante ma diminuisce nel tempo in modo esponenziale.

### Smorzamento critico

Quando  $\beta = 2(mk)^{1/2}$  si dimostra che la legge oraria è:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\frac{\beta}{2m}t}$$

Le costanti  $A_1$  e  $A_2$  si determinano imponendo le condizioni iniziali  $x(0) = A$  e  $v(0) = 0$  ovvero imponendo che nell'istante  $t = 0$  il sistema si trova nella posizione di elongazione massima con velocità nulla.

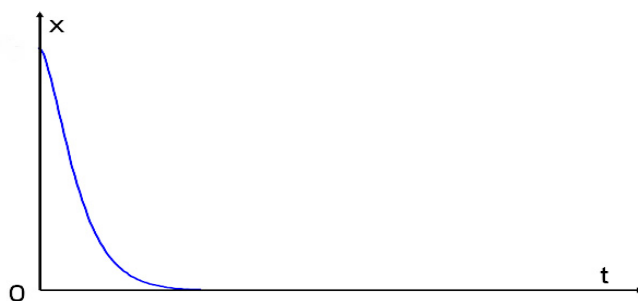


Figura 7 Grafico in regime di smorzamento critico

Il sistema, sebbene sia in grado di dare inizio ad un'oscillazione, la vede smorzarsi prima del suo completamento (ovvero prima che il punto passi per la posizione di equilibrio). Inoltre la posizione di riposo viene raggiunta nel minor tempo possibile.

### Sovrasmorzamento

Infine quando la forza di attrito è forte rispetto alla forza elastica, ovvero quando  $\beta > 2(mk)^{1/2}$ , si può dimostrare che la soluzione dell'equazione differenziale del moto coincide con la seguente legge oraria:

$$x(t) = A_1 e^{-|\lambda_1|t} + A_2 e^{-|\lambda_2|t}$$

Le costanti  $A_1$  e  $A_2$  si determinano imponendo che la soluzione soddisfi le condizioni iniziali  $x(0) = A$  e  $v(0) = 0$ , ovvero che all'istante di tempo  $t = 0$  il punto si trovi nella posizione di elongazione massima con velocità nulla.

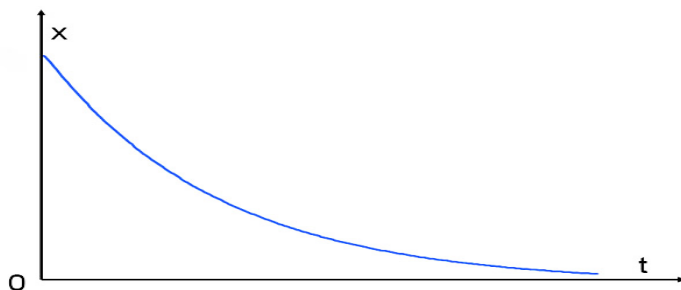


Figura 8 Grafico in regime di sovrasmorzamento

Dal punto di vista fisico questa soluzione indica che lo smorzamento viscoso è tanto alto da impedire qualunque oscillazione del punto attorno alla posizione di equilibrio  $x = 0$ .

Ricapitolando, la figura seguente mostra i diversi regimi del moto armonico smorzato, che dipendono dal confronto tra l'intensità della forza di attrito e quella elastica

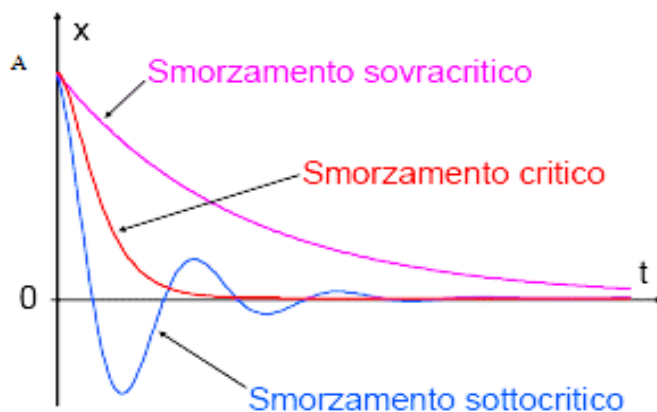
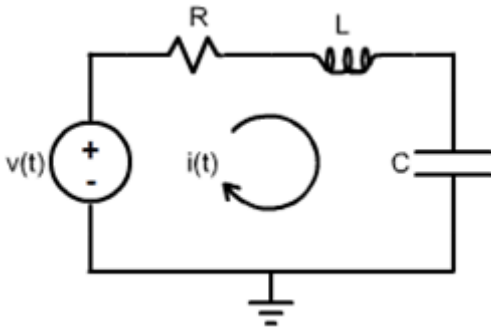


Figura 9 Grafico riassuntivo dei tre regimi di moto armonico smorzato

## ANALOGIA CON IL CIRCUITO RLC

L'equivalente elettromagnetico dell'oscillatore armonico smorzato è il circuito RLC



formato da un resistore (R),  
da un induttore (L) e  
da un condensatore (C)  
collegati in serie.

A differenza della massa legata ad una molla l'equazione differenziale non deriverà più dalla seconda legge di Newton ma dalla seconda legge di Kirchhoff riguardante le differenze di potenziale elettrico:

$$\Delta V_R + \Delta V_L + \Delta V_C = 0$$

$\Delta V_R = Ri$  è la differenza di potenziale ai capi della resistenza R

$\Delta V_L = L \frac{di}{dt}$  è la differenza di potenziale ai capi dell'induttanza L

$\Delta V_C = \frac{q}{C}$  è la differenza di potenziale ai capi del condensatore di capacità C

Dato che la corrente elettrica  $i(t)$  è la derivata prima rispetto al tempo della carica elettrica  $q(t)$ , ovvero  $i = dq/dt$ , la seconda legge di Kirchhoff (l'equazione di equilibrio delle differenze di potenziale in una maglia) diventa:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

cioè ancora un'equazione differenziale di secondo grado omogenea la cui soluzione ha tre diversi regimi a seconda del valore della resistenza elettrica R.

Tra i due diversi oscillatori, quello meccanico e quello elettromagnetico, si possono evidenziare le seguenti analogie:

<b>Oscillatore meccanico</b>	<b>Oscillatore elettromagnetico</b>
Equazione differenziale di secondo grado omogenea derivante dalla <i>seconda legge di Newton</i>	Equazione differenziale di secondo grado omogenea derivante dalla <i>seconda legge di Kirchhoff</i>
$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + kx = 0$	$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$

<b>Oscillatore meccanico</b>		<b>Oscillatore elettromagnetico</b>	
<b>x(t)</b>	posizione	<b>q(t)</b>	carica
<b>β</b>	coefficiente d'attrito	<b>R</b>	resistenza
<b>m</b>	massa	<b>L</b>	induttanza
<b>k</b>	costante elastica	<b>1/C</b>	inverso della capacità
$\omega_0 = [k/m]^{1/2}$	pulsazione propria	$\omega_0 = [1/LC]^{1/2}$	pulsazione propria
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\beta}{2m}\right)^2}$	pulsazione del moto sottosmorzato	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$	pulsazione del moto sottosmorzato
fattori di sovrasmorzamento		fattori di sovrasmorzamento	
$\lambda_{1,2} = -\frac{\beta}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} \omega_0^2}$		$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$	

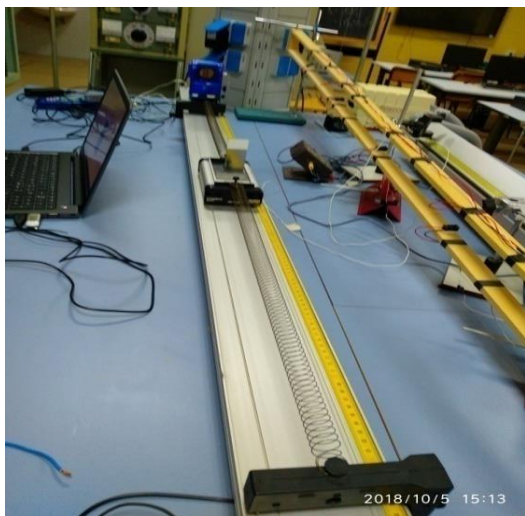
Ecco un riepilogo dei tre diversi regimi con i corrispondenti range d'applicazione e le leggi orarie:

	<b>Oscillatore meccanico</b>	<b>Oscillatore elettromagnetico</b>
<b>Sottosmorzamento</b>	$\beta < 2(mk)^{1/2}$ $x(t) = A_1 e^{-\frac{\beta}{2m}t} \cos(\omega t + \Phi)$	$R < 2(L/C)^{1/2}$ $q(t) = A_1 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \Phi)$
<b>Smorzamento critico</b>	$\beta = 2(mk)^{1/2}$ $x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\frac{\beta}{2m}t}$	$R = 2(L/C)^{1/2}$ $q(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\frac{R}{2L}t}$
<b>Sovrasmorzamento</b>	$\beta > 2(mk)^{1/2}$ $x(t) = A_1 e^{- \lambda_1 t} + A_2 e^{- \lambda_2 t}$	$R > 2(L/C)^{1/2}$ $q(t) = A_1 e^{- \lambda_1 t} + A_2 e^{- \lambda_2 t}$

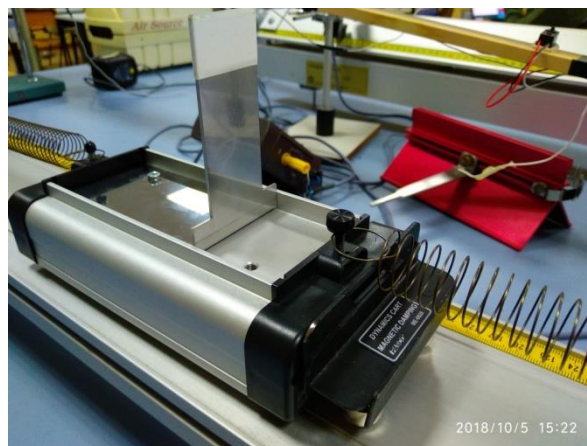
## ESPERIMENTO SULLE OSCILLAZIONI MECCANICHE

**Obiettivo:** analizzare il moto di un carrello vincolato a oscillare mediante delle molle su di una rotaia a basso attrito, e verificare il diverso smorzamento che si ottiene applicando al carrello un freno magnetico.

### Strumenti e materiali



**Rotaia graduata con carrello**



**Carrello con freno magnetico  
(MAGNETIC DAMPING)**



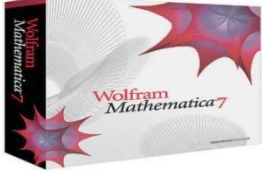
**Bilancia con sensibilità 1g**



**Due molle identiche di  
costante elastica  $k = (4,5 \pm 0,5) \text{ N/m}$**



**Interfaccia Xplorer GLX Pasco  
con sensore di posizione**

Software		
<b>Pasco Capstone</b>	per l'acquisizione dei dati sperimentali dall'interfaccia	
<b>Wolfram Mathematica</b>	per l'analisi dei dati sperimentali	

## 1. Descrizione dell'esperimento

Dopo aver registrato le misure dell'ampiezza di oscillazione del carrello posto sulla rotaia con attaccate due molle di costante elastica uguale, si procede all'analisi mediante Wolfram Mathematica, per ottenere le equazioni dell'oscillatore armonico smorzato.

1. Utilizzare la bilancia per misurare la massa del carrello ( $m_c$ ). Misurare con la bilancia anche la massa delle molle verificando che la massa delle molle può essere trascurata in quanto si ha:

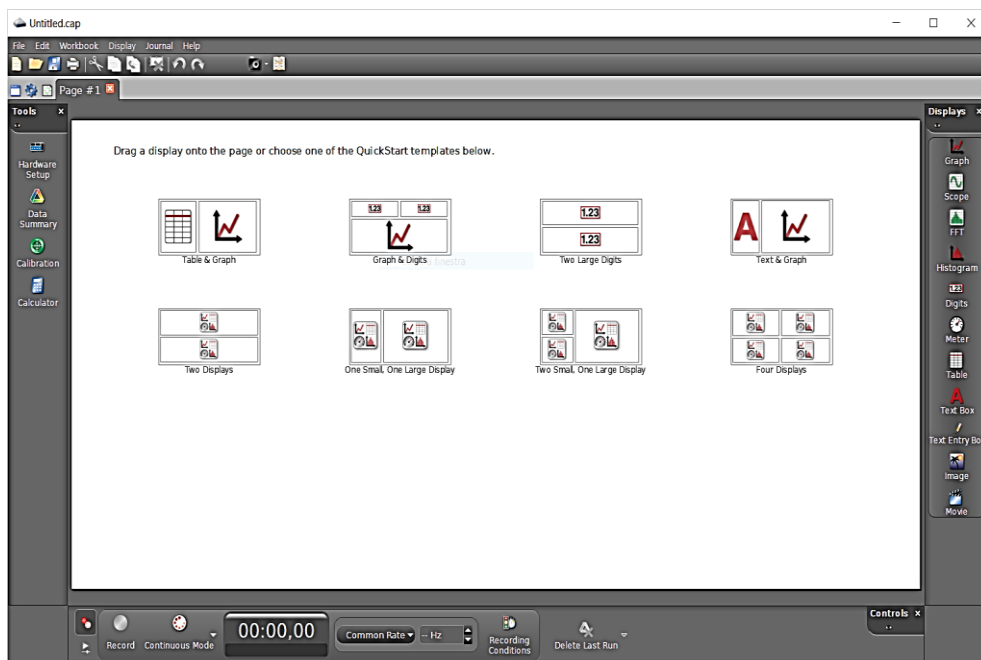
$$m_{\text{molla1}} + m_{\text{molla2}} \ll m_c$$

2. Dopo aver posizionato il carrello sulla rotaia (controllare che non ci sia pendenza!), agganciarlo a due molle collegate agli estremi della rotaia e quindi in parallelo tra di loro ( $\rightarrow k_{\text{tot}} = 2k$ ).
3. Accendere l'interfaccia Xplorer GLX collegato al sensore, avviare il programma **Pasco Capstone** sul PC e infine collegare Xplorer GLX al PC, così il programma riconoscerà automaticamente il sensore. Accertarsi che il sensore a ultrasuoni sia orientato sul bersaglio sopra il carrello.

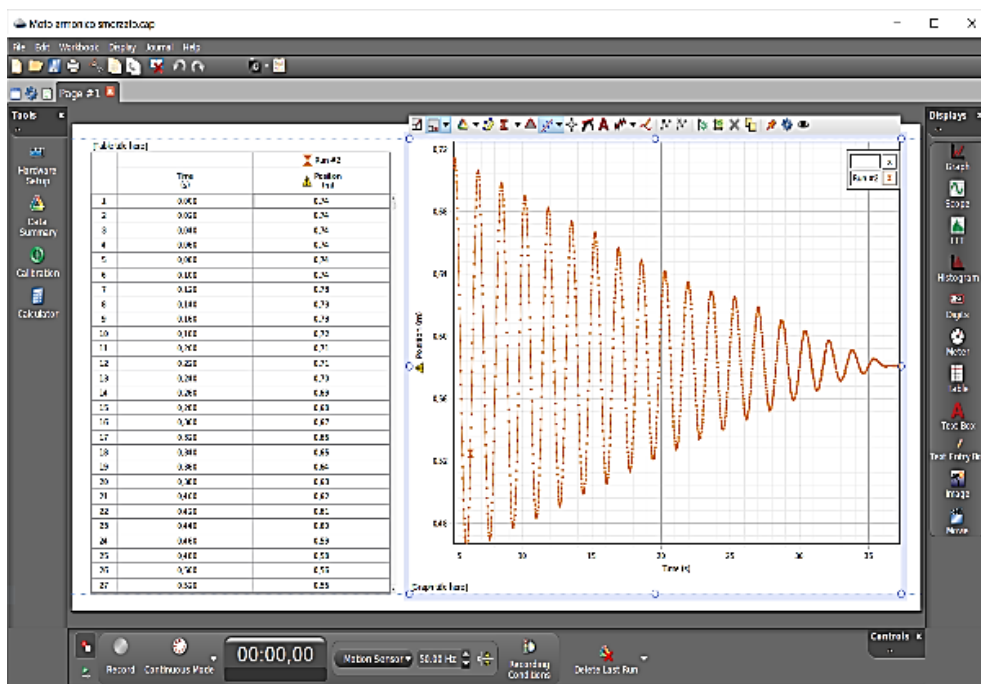


## 2. Acquisizione e salvataggio dei dati

1. Creare sul Desktop una nuova cartella rinominandola col nome **Rotaia** seguito dal nome del proprio gruppo (es. **Rotaia 5C1**).
2. Scegliere, nel programma la modalità di visualizzazione *Table & Graph* (prima icona a sinistra).



3. Selezionare cliccando sull'intestazione *<Select Measurement>*, la misura di tempo [s] per la prima colonna e la misura della posizione [m] per la seconda colonna.
4. Selezionare nel grafico, cliccando su *<Select Measurement>*, la misura di posizione.

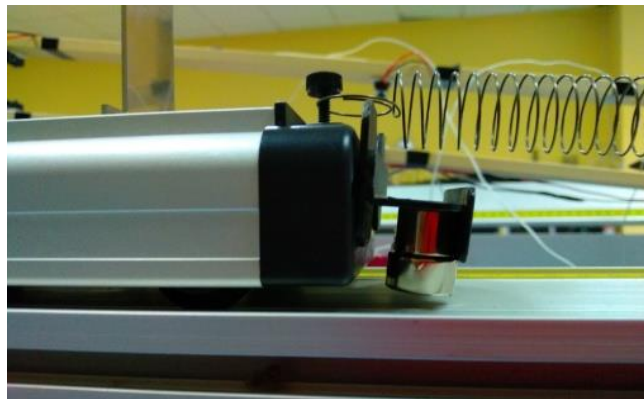


5. Controllare che la frequenza di campionamento con cui il sensore rileverà la posizione del carrello sia 50 Hz.
6. Mettere in moto il carrello (spostandolo dalla posizione di equilibrio), quindi avviare l'acquisizione dei dati premendo il tasto *Record*; il moto del carrello sottoposto all'azione della

- forza elastica e della forza d'attrito sulla rotaia verrà rilevato dal sensore e la sua posizione in funzione del tempo apparirà, in tempo reale, nel grafico.
7. Terminare l'acquisizione dei dati quando il carrello raggiunge la sua posizione d'equilibrio, premendo il tasto *Stop*.
  8. Ottimizzare la visualizzazione dei dati su grafico cliccando sul primo pulsante in alto a sinistra sul grafico (è possibile cambiare lo zoom mediante la rotellina del mouse).
  9. Si può ripetere l'acquisizione dei dati cliccando su *<Delete last run>* e ripetendo poi le precedenti operazioni.
  10. Per il salvataggio dei dati è necessario andare sul menu *File* e scegliere di esportare i dati utilizzando *Export Data*; denominare il file di testo nella cartella col nome del gruppo: es. **5C1\_posizione1.txt**).

A questo punto ripetere l'esperimento aggiungendo al carrello il freno magnetico (MAGNETIC DAMPING) con le calamite.

1. Per prima cosa misurare la massa del carrello su cui è stato collocato il freno magnetico ( $m_c$  = massa del carrello + massa del freno magnetico), ponendolo a una distanza dalla rotaia di circa 2-3 mm.



2. Ripetere le operazioni precedenti, acquisire i dati e memorizzarli all'interno della propria cartella in un altro file (es. **5C1\_posizione2.txt**).

Dopo aver ottenuto due file di dati in formato testo contenenti la posizione, la velocità e l'accelerazione del carrello in funzione del tempo si può passare all'analisi dell'esperimento mediante il programma *fitprog.nb* creato col software *Mathematica* (*Mathematica* si basa sul potente Wolfram Language, per approfondimenti [Full Wolfram Language Documentation & Reference](#)).

Prima di utilizzare il programma *fitprog.nb* è necessario modificare entrambi i file di testo **5C1\_posizione1.txt** e **5C1\_posizione2.txt**, perché il programma richiede un testo contenente esclusivamente numeri separati da punti senza alcuna intestazione.

1. Aprire il file appena creato **5C1\_posizione1.txt**, che contiene in funzione del tempo (prima colonna) la posizione, la velocità e l'accelerazione. Cancellare ogni intestazione eliminando le prime 4 righe;
2. Sostituire le virgole con i punti: selezionare *Modifica* ==> *Sostituisci* , ==> *Sostituisci con: .* ==> *Sostituisci tutto*.
3. Salvare il file.

File	Modifica	Formato	Visualizza ?
0.100	0.43	-0.65	1.98
0.150	0.40	-0.52	2.44
0.200	0.38	-0.40	2.44
0.250	0.36	-0.28	2.72
0.300	0.35	-0.13	3.11
0.350	0.35	0.03	3.30
0.400	0.36	0.20	3.10
0.450	0.37	0.34	2.49

## Analisi dei dati

La prima cosa da fare sarà specificare nel programma il percorso e il nome del file dei dati da analizzare.

1. Aprire *fitprog.nb* e inserire nella riga il nome del file da analizzare e il valore della massa del carrello  $m_{\text{carrello}}$  nella variabile *mass*.

$m_{\text{carrello}}$

```
fitprog.nb - Wolfram Mathematica 10.4
File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

mass = 0.594;

espdata = Import["C:\\Users\\Admin\\Desktop\\prova3.txt", "Table"];

fitpos = ToExpression[Table[{espdata[[k, 1]], espdata[[k, 2]]}, {k, 2, Length[espdata]}]];

func[t_, A_, beta_, omega_, phi_, P0_] := A*Exp[-beta*t]*Cos[omega*t+phi]+P0;

fit = NonlinearModelFit[fitpos, func[t, A, beta, omega, phi, P0], {A, beta, omega, phi, P0}, t];

pl1 = ListPlot[fitpos];

pl2 = Plot[fit[t], {t, 0, Last[fitpos][[1]]}, PlotStyle -> Red];

Show[pl1, pl2]

par = fit["BestFitParameters"]
par[[3, 2]]^2*mass

fitvel = ToExpression[Table[{espdata[[k, 1]], espdata[[k, 3]]}, {k, 2, Length[espdata]}]];

pl3 = ListPlot[fitvel];

pl4 = Plot[fit'[t], {t, 0, Last[fitvel][[1]]}, PlotStyle -> Green];

Show[pl3, pl4]
```

2. Portarsi con il cursore all'ultima riga dei comandi e avviare il programma premendo contemporaneamente i tasti *Shift/invio* sulla tastiera. Compariranno i seguenti grafici.

*Grafico della posizione in funzione del tempo  
(in rosso la curva teorica di fitting)*

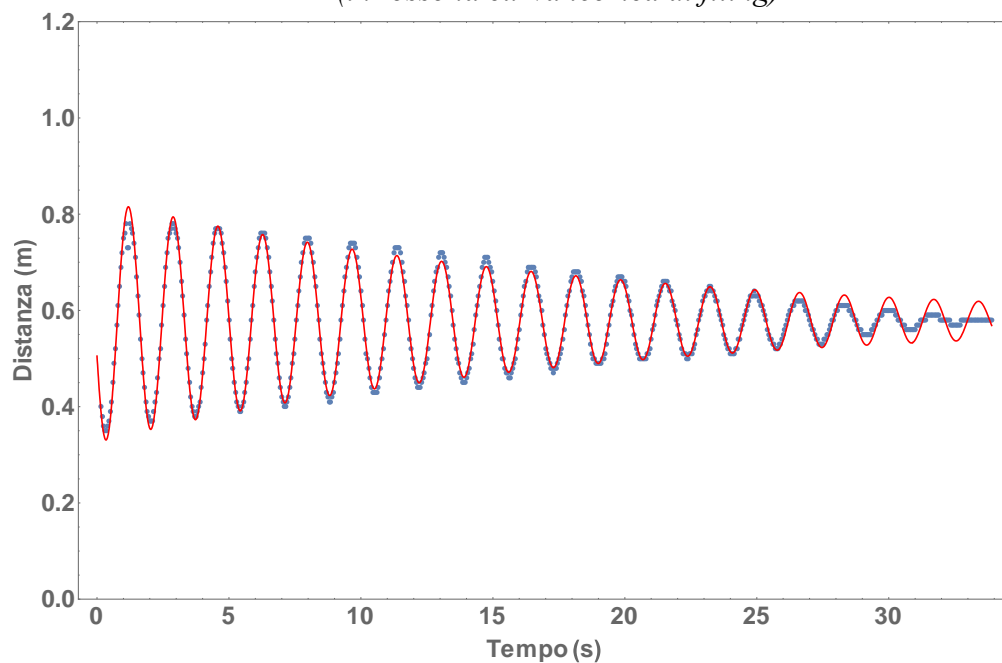
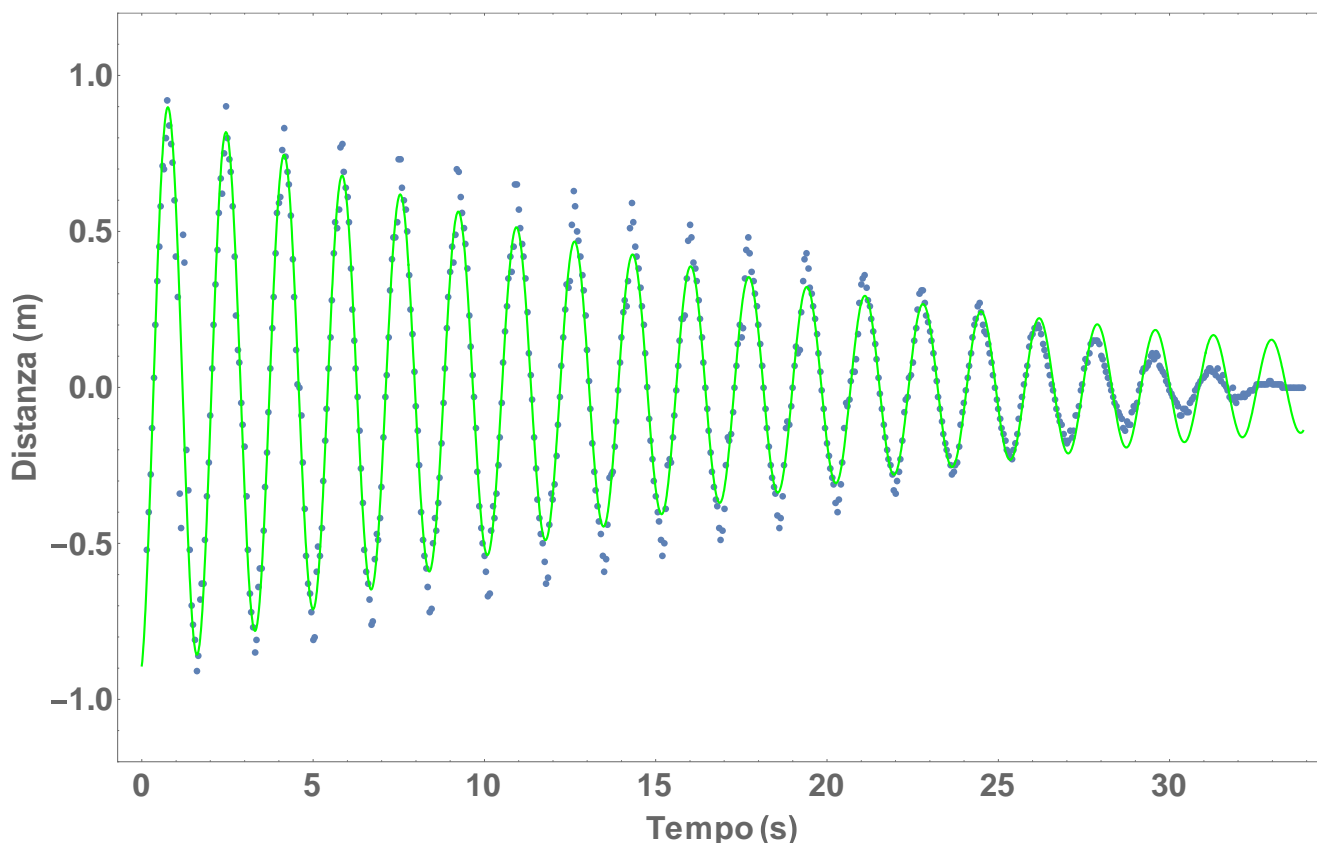


Grafico della velocità in funzione del tempo  
(in verde la linea di fitting ottenuta come derivata dello spazio)



3. Comparirà anche una tabella con i valori dei parametri ottenuti dal fit:

Ampiezza $A$ (cm)	Attrito $\beta$ ( $s^{-1}$ )	Pulsazione $\omega$ ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ )	Fase $\phi_0$ (gradi)	Posizione iniziale $P_0$ (cm)
25	0.055	3.71	107	58

4. Dopo aver osservato una buona sovrapposizione delle curve con i dati sperimentali annotare i valori del coefficiente di attrito ( $\beta$ ) e della pulsazione ( $\omega$ ), poi usarli per calcolare la costante elastica delle molle ( $k$ ):

$$k = \frac{1}{2} k_{tot} = \frac{1}{2} \left( m\omega^2 + \frac{\beta^2}{4m} \right)$$

Effettuare la stessa analisi con i dati del secondo esperimento ripetendo la suddetta procedura. Ricordare di modificare il valore della massa del carrello ( $m_c$ ) nella variabile *mass* e il nome del file.

## Conclusioni

- Confrontare, entro le incertezze di misura, il valore della costante elastica determinato sperimentalmente con quello teorico fornito dal costruttore.
- Discutere i diversi valori del coefficiente di attrito con e senza freno magnetico.
- Scrivere sul report il codice dell'esperimento ricavabile dal valore della costante elastica ottenuta. Per esempio, se si è ottenuto  $k = 4.12 \text{ N/m}$   $\rightarrow$  il codice da annotare è **K412**.

## ESPERIMENTO SULLE OSCILLAZIONI ELETTROMAGNETICHE

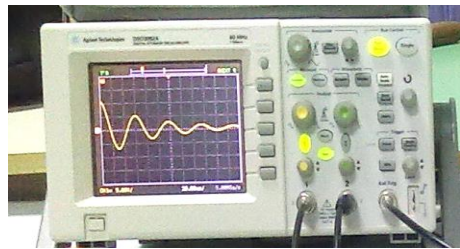
**Obiettivo:** dato un circuito RLC alimentato in corrente continua, verificare lo smorzamento sottocritico, critico e sovracritico variando la resistenza mediante l'utilizzo di un potenziometro.

### Strumenti e Materiali

**Generatore di funzione**  
(Function generator GFG-8210)



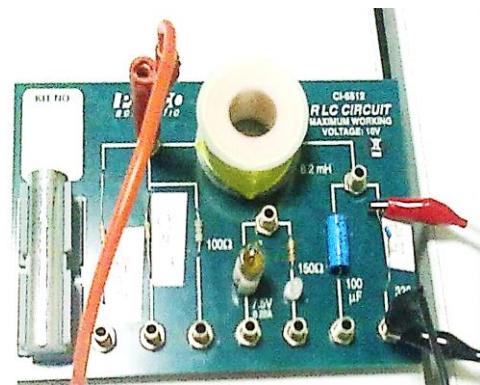
**Oscilloscopio**  
(Digital storage oscilloscope  
60 MHz-1GS a/s)



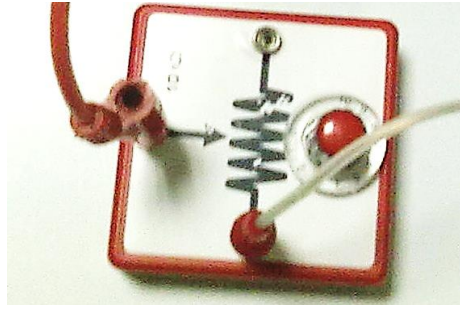
**Cavi** cavi BNC (50Ω),  
cavo USB

**Circuito RLC (Pasco)**

**L = 8,2 mH**  
**C = 10 nF**



**Potenzimetro (0-10 K $\Omega$ )**

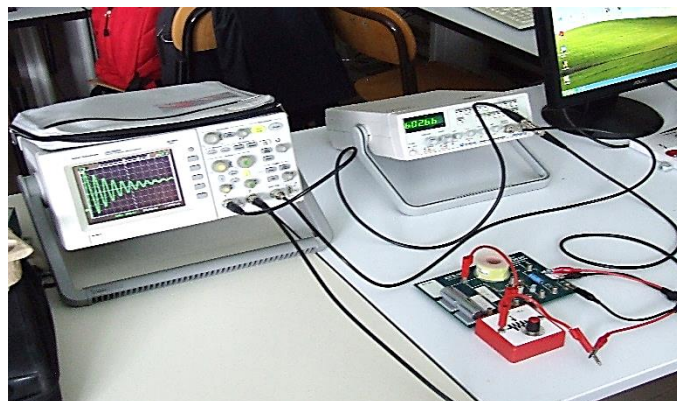


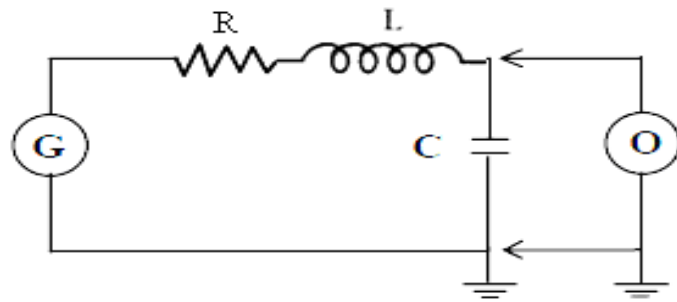
**Multimetro**



### Esecuzione dell'esperimento

1. Posizionare sul banco da lavoro il generatore di funzione, l'oscilloscopio, i cavi di alimentazione, i cavi BNC, il circuito RLC, il potenziometro e il tester;
2. Collegare il generatore di funzione (*OUTPUT TTL/CMOS*), attraverso un cavo BNC-BNC, all'oscilloscopio (*EXIT TRIG*) impostando così un trigger esterno all'oscilloscopio che lo sincronizza con il generatore di funzione in modo da visualizzare un segnale stabile.
3. Sul generatore di funzione impostare una frequenza di circa 600 Hz e un segnale di tipo onda quadra, inserire un collettore a T sul generatore (*OUTPUT 50  $\Omega$* ) e collegare, attraverso un cavo BNC-BNC, una delle due uscite al canale 1 (CH1) dell'oscilloscopio per controllare il segnale d'uscita.
4. A questo punto utilizzando un cavo BNC con morsetti collegare l'altra uscita del collettore a T al circuito connettendo il morsetto nero al condensatore e quello rosso al potenziometro utilizzando un cavo elettrico.
5. Collegare con un altro cavo elettrico il potenziometro all'induttore.
6. Prelevare il segnale d'uscita sul condensatore collegando al canale 2 (CH2) dell'oscilloscopio un ultimo cavo BNC con morsetti, facendo attenzione a connettere il morsetto nero insieme a quello del generatore (vedi figure seguenti).





7. Mediante il potenziometro variare il valore della resistenza in modo da visualizzare sul display dell'oscilloscopio i tre diversi regimi di smorzamento:
- a) sottosmorzamento per  $\mathbf{R < 2(L/C)^{1/2}}$
  - b) smorzamento critico per  $\mathbf{R = 2(L/C)^{1/2}}$
  - c) sovrasmorzamento per  $\mathbf{R > 2(L/C)^{1/2}}$